

中华人民共和国工业和信息化部主管

国际标准刊号：ISSN2095-8420

国内统一刊号：CN11-9354/G4

国际发行代号：SM9195

邮发代号：82-770

教育现代化

张明远题

第5卷

Education Modernization 2018年1月第4期



ISSN 2095-8420



9 772095 842186



04

中国电子音像出版社

CHINA NATIONAL ELECTRONICS AUDIO-VIDEO PRESS

教育现代化

教育现代化

2018年1月 第4期 1月22日出版 周刊

主管单位

中华人民共和国工业和信息化部

主办单位

工信部电子科学技术情报研究所

出版单位

中国电子音像出版社

支持单位

中央教育科学研究院

北京航空航天大学

北京理工大学

北京师范大学

华东师范大学

浙江师范大学

中山大学教育现代化研究中心

主 编 冯增俊

编辑部主任 王卓妍

责任编辑 庞钰 杨晶晶 陈怡

徐洋洋 张春梅 王志臣

贡艳玲 张伟佳 肖晓琳

财 务 部 高 岚 吴 靖

编 委

袁振国 范国睿 傅建明 卢明玉

刘黎明 姚正武 熊超 李钢

王彦力 陈虎强 欧跃发 董放

韩忠 程智

编 辑 《教育现代化》编辑部

出 版 中国电子音像出版社

《新型工业化》杂志社

地 址 北京市石景山区鲁谷路
35号

邮 编 100040

联系电话 400-061-1715

400-061-1710

发行电话 010-52880097

监督电话 13683082093


电子邮箱 chinajyxdhzzs@163.com

chinajyxdh@163.com

官 网 www.chinajyxdh.com



人才培养与机制创新

- 新工科驱动下转型高校创新型人才工程实践能力培养机制研究
· · · · · · 李佳洋, 范立南 (1)
- 基于本科生科研兴趣小组为载体的创新型化工人才培养模式
实践研究 · · · · · 蔡进军, 雷勇, 周继承 (3)
- 基于“互联网+”的校企合作培养土木类专业人才实践能力的
模式研究 · · · · · 贾艳东 (5)
- 国际化创新型人才培养模式的探索
· · · · · 梁燕华, 蔡成涛, 王立辉, 等 (8)
- 论商务英语人才培养服务赣州市外向型经济转向的策略
· · · · · 陈述斌, 叶琳 (10)
- 外语教育技术环境下服装类创新人才培养模式研究
· · · · · 于莉 (12)
- 地方高校创新应用型人才培养模式改革的思考与探索
· · · · · 王忆, 曾庆光, 李霆, 等 (15)
- 改变考核方式助推民族院校生物工程专业人才培养质量提升
· · · · · 李靖宇, 刘建利, 刘雅琴, 等 (18)
- 大数据背景下的市场营销学教学模式改革与人才培养研究
· · · · · 许舛寰, 陈庭贵 (20)
- 基于培养应用型人才培养背景下的《大学美术基础》课程教学
策略研究 · · · · · 梁志慧, 刘海菊 (22)
- 专业课程教学中师范生教学能力的培养研究
· · · · · 王传坤, 翟玲玉, 方明, 等 (26)
- 民办应用型本科院校校企共建模式探讨
——以物流管理专业为例 · · · · · 吴利霞, 吴迪 (28)
- 基于高职学生个性化发展的卓越技能人才培养平台建设与实践
· · · · · 张睿, 王谦 (31)
- “跨学科融合”生态专业创新型人才培养模式的研究与实践
· · · · · 韩建秋, 王超华 (33)
- “应用实践”指导下的专业学位研究生培养方案的优化
· · · · · 温涛 (35)
-  **创新与创业**
- 创新创业课程与学生多种能力的培养 · · · · · 付际红 (37)
- 基于 OBE 模式的学生创新能力培养研究
· · · · · 李定珍, 高有堂, 朱清慧 (40)
- “互联网+”背景下 IT 类大学生创业与勤工助学的有机结合
模式研究 · · · · · 郭灼 (42)
- 创新创业教育与制药工程专业教育深度融合的研究与实践
· · · · · 门金玉, 郭永学, 赵宇明, 等 (44)
- 确立创新创业教育理念, 培养创新精神和实践能力
· · · · · 邱明晓 (46)
- 基于双创教育背景下的《计算机应用基础》教学实验研究
· · · · · 郭小雁, 雷保锋 (49)
- 基于双创教育背景下工程训练的研究与探索
· · · · · 卢健, 魏德强, 刘建伟, 等 (51)
- 论高校创业教育与专业教育的融合 · · · · · 丁阿蓉 (53)
- 台湾建国科技大学创新教育对大陆高校学生创新能力培养的启示
· · · · · 郭文玲 (55)
- 创业失败研究综述: 传统议题、新兴话题与评介展望
· · · · · 李悦然 (57)



教学改革与探索

- 《食品试验优化设计》课程教学改革与研究
· · · · · · 李玮, 褚上, 韩玲钰, 等 (62)
- 《普通生物学》信息化改革与实践
· · · · · · 宋新华, 张秀芳, 陈艳珍, 等 (65)
- 地方工科院校基于创新性应用型人才培养模式下的高分子化学
乳液聚合实验的改进 · 杨超, 臧利敏, 张发爱, 等 (67)
- 《系统辨识》课程本科教学改革模式探讨
· · · · · · 刘艳君, 丁锋 (69)
- 适用于应用型本科教育的考核方式改革
· · · · · · 张霞, 温永春, 戴海璐 (71)
- 专业学位研究生课程教学方式方法改革—《药物杂环化学》
案例库建设 · · · · · 张志伟, 尚振华, 冯娟 (74)
- “慕课”平台下生命科学类通识课程的教学改革探究
· · · · · 贺美, 蔡立梅, 霍思远, 等 (76)
- CDIO 工程教育理念下机械装备制造设计实验教学改革策略
· · · · · 鲍家定 (78)
- 注册测绘师制度下《GNSS 原理及应用》课程教学改革研究
· · · · · 黄登山, 张模蕴, 叶险峰, 等 (80)
- 专业为导向、应用为目的
——论高职院校数学课程教学改革 · · 高瑾, 林园 (83)
- 《能源与环境》课程研讨式教学的研究与实践
· · · · · 石楚平, 周东一, 伏军, 等 (85)
- 以工程人才培养为目标的工程制图课程教学改革研究
· · · · · 宋娟, 贺龙喜, 杨期柱, 等 (87)
- 高校工程制图课程教学改革的思考
——以环境科学与工程专业为例 · · · · 王艳华 (89)
- 基于网络多媒体创新环境下 Flash 动画设计教学改革探析
· · · · · 杨珍 (92)
- 线性代数双型新教学模式的探索与实践 · · · · 张艳艳 (94)
- 项目教学法在产品改良设计课程中的应用研究
· · · · · 陶裕仿, 吕丽贤 (96)



教师教育体系构建

- 电动力学教学思想和知识体系的现代化探讨
· · · · · 李海彦, 邹艳, 李永平 (99)
- 刍议应用技术大学教师转型发展 · · · · · 张梅荷 (101)
- 应用技术型本科院校师资队伍建设的分析 · · · · 时晨 (103)
- 浅议当前大数据时代背景下如何提升继续教育质量 田润湖 (105)
- 我国义务教育入学政策与教育公平问题的研究 · · · 张洁 (108)



院校及专业建设

- “电磁场理论”与解决“复杂工程问题”能力的培养
——以南邮光电信息科学与工程专业为例
· · · · · 许吉, 李培丽, 黄勇林, 等 (110)

为适应我国信息化建设, 扩大本刊及作者知识信息交流渠道, 本刊已被《中国学术期刊网络出版总库》及 CNKI 系列数据库收录, 其作者文章著作权使用费与本刊稿酬一次性给付。免费提供作者文章引用统计分析资料。如作者不同意文章被收录, 请在来稿时向本刊声明, 本刊将做适当处理。

目次

CONTENTS



★ 本刊重要声明 ★

本刊欢迎各方教育人士投稿, 来稿一律要求在线投稿 (<http://www.chinajyxdh.com>) 或以电子稿形式发送到本刊专用邮箱: chinajyxdh@163.com; 来稿要写清通信地址、邮箱、联系方式等。

本刊一律不退稿, 三个月内没有接到用稿通知者请另投他刊。本刊所刊载文章, 作者文责自负。

本刊反对抄袭与一稿多投, 知情者请举报。

统一刊号 ISSN 2095-8420
CN 11-9354/G4

广告经营 京石工商广字 0010 号 (1-1)
许可证号
邮发代号 82-770
发行电话 010-52880097
光盘定价: 30 元 (ICD-ROM 附赠导读本)

- 高校实验室建设的问题和建议 盛道鹏, 陈兰花 (112)
- “互联网+”时代高职院校在线开放课程建设研究与实践
——以贵州航天职业技术学院“网页设计与制作”课程为例 汤智华 (114)
- “互联网+教育”背景下高校应用型课程建设研究 何亨, 胡艳 (117)
- 高职院校现代学徒制工作室教学模式研究
——以室内设计专业为例 朱红霞, 沈卓颖 (119)
- 关于雄安新区高校建设的策略思考 张露颖 (123)
- 基于岗位能力“多层次”的实践教学体系
——以电气自动化技术专业为例 赵洪洁 (125)

教育信息技术

- 展望区块链技术在中药领域研究中的应用 施明毅, 欧瑞婷, 宋瑞平, 等 (128)
- 基于微信公众号构建《医学遗传学》移动网络教学平台的研究 谢健, 赵永霞, 张志敏 (130)
- 运用遥感技术提升地理学习能力 李迎亚, 郭鹏, 张国顺 (132)
- 信息隐藏在云计算中的发展与应用 景冰 (134)
- 基于易班的网络育人对策研究
——以易班班级为例 徐志德 (137)
- 增材制造技术在工科大学生实践教学中的应用 张永弟, 杨光 (139)

高等教育

- 计算机专业免费教育师范生教学技能现状的分析及对策 董蓓, 周筠, 吴晓军 (141)
- 农林类高校搞好电子设计竞赛的几点经验 周厚奎 (143)
- 如何在大学新生中开展学业规划教育
——以北京农学院生物科学与工程学院为例 赵筱萌, 王燕, 刘续航, 等 (145)
- 理工科与文科课程课堂气氛差异原因及改善措施 张源, 徐荣进 (147)
- 教育引导临床医学毕业生基层就业思路探讨 王春风, 喻静昭, 吴媛媛, 等 (149)
- 情绪聚焦疗法对研究生心理健康工作的启示 荆磊, 李勇, 顾洁 (151)
- 西部某高校理工科本科生参与科研实践的现状分析及对策研究 高莉, 刘伟, 王康惠 (154)
- 高校学生党员公寓表现考核初探 陈小波 (157)
- 高校学生信用意识养成探析 刘成 (159)
- 新形势下高校家校联动的实践探索 韩豫, 冯涯 (161)
- 探析人力资本存量对硕士毕业生职业适应性的影响 李芳红 (164)
- 基于大学生就业难原因的心理健康引导 崔宗敏, 喻静 (167)
- 青年学生艺术创作中的价值观引导机制研究 公静静 (169)
- 成立高校图书馆管理委员会提升学生对图书馆工作参与度的实践与思考 康素珍, 李亮 (172)
- 科技图书馆特色馆藏资源建设与服务 李淳, 郭杨浏, 王晶, 等 (174)
- 加强医学院校学生闲暇教育之对策 李玉娴, 胡柯, 李秀满 (176)
- 新形势下高校团组织活力建设的问题及对策研究 谭武 (178)
- 浅谈建筑工程毕业设计的指导艺术 王亚宁, 邓友生, 李成, 等 (180)

课程与教学

- 几个数项级数求和问题的多解法 蒋利群 (184)
- 图论在数学建模中的应用 杨玉军, 王大勇 (187)
- 案例教学法在食品学科专业硕士实践教学中的应用初探
——以“开发液熏鱼肉制品”为例 曾雪峰, 朱秋劲 (189)
- 电位滴定仪在放射性核素溶液配位化学实验教学中的应用 陈兰花, 盛道鹏 (191)
- 关于药物的硫酸甲醛反应机理的教学讨论 马卫兴 (194)
- 微助教在中医院校生理学课程中的应用及思考 马静, 陈永欣, 伍冠一, 等 (197)
- 以学生为中心的《新能源发电技术》课程 FCM 教学模式初探 于东升, 李星汐 (199)
- 基于模块化的《液压传动》教学探索与实践 张岚, 弓海霞, 刘明, 等 (201)

- 食品安全慕课建设展望研究 张仁堂, 乔旭光, 孙欣, 等 (203)
- 基于 BOPPPS 教学法的矿山压力与岩层控制课程设计 王燕, 孙伟博, 邵小平, 等 (205)
- 基于微信和空间互动的“六段式”教学法在识别诊断类课程中的探索与研究 梁继华, 黄白红, 陈益元 (207)
- 模块化设计在单片机实践教学中的应用 宋孟华, 曹金龙, 鲍成伟 (210)
- 氧化锌材料在光催化方面的实际运用 黄书慧, 陈海涛 (212)
- 插入排序算法教学案例 白洪涛, 何丽莉, 金龙海, 等 (214)
- 合作式教学在电子技术课程教学中的运用研究 马知远, 朱旭芳, 吴苏, 等 (216)
- 机械专业《计算机控制技术》教学研究 周志峰 (218)
- 生物专业英语课程教学探讨 孙喆, 贺承光, 姚丹, 等 (220)
- 缓冲溶液课堂教学 曹阳 (222)
- 浅谈翻转课堂教学模式在大学物理化学教学中的应用 陈阿青, 季振国, 卢红伟 (224)
- 大学语文应用型教学模式初探
——以中山大学新华学院“逸仙新华班”为例 林玮, 李想 (226)
- 文化元素在法语教学中的有效融入 牛巧霞 (228)
- 基于行动学习的《税务会计》课程教学模式研究 谢枫 (230)
- 使用《机械系统动力学》新教材教学中的感悟 徐震 (233)
- 物理课堂演示实验的设计与教学研究 杨浪 (236)
- 惯性理论及其教学现状研究 张静 (238)
- 关于提高高职院校《毛概》课实践教学社会非经济效益研究 张蕾 (240)
- 基于多元智能理论的高职教学方法的应用 张利芳, 李秀莹 (242)

调查及研究报告

- 基于统计分析的学院科研论文概况 周家彬, 郭力娜, 张云鹏 (244)
- 泰安社区老年人日间照料中心调查报告 苏浩飞, 韩玉叶, 张琰, 等 (247)
- 基于智能手机的会计移动学习的调查 田巧娣, 朱邓敏 (250)
- 大理大学 2010-2014 级《毒理学基础》期末试卷分析 朱俊洁, 王金勇 (252)
- 微信环境下混合学习支撑体系的推广实践与经验总结 赵玉林 (254)
- 国际旅游岛背景下海南涉外酒店俄语人才需求调查研究 陈齐有为, 刘茂媛 (258)
- 高校勤工助学的现状分析及对策研究 王玉辞 (260)
- 顶岗实习对大学生生涯规划与就业的潜在影响与价值分析 韩倩 (263)
- 外交演讲的韩译中翻译技巧 张明 (265)
- 思想政治教育视域下“95 后”高职生寝室人际关系研究
——以湖州职业技术学院为例 费甜 (268)
- 财经类专业大学生的学习力和专业英语习得力的相关性研究 张赫洋, 赵晓帆, 田沛霖, 等 (270)
- 网络时代的亲子关系与教育应对 刁生富 (272)
- 对一名人际困扰女大学生的箱庭疗法个案研究 宋玉凤, 马志燕, 董玉钦 (275)
- 如何引导学生做更多有意义的事 唐丹 (277)
- 高等院校声乐教育的现状、问题及对策 王沛 (279)
- 医学高校青年志愿者社区服务常态化机制的探索与实践 吴志隆, 徐文 (281)
- 影响大学英语课堂学习的研究 张学伟 (284)
- 幼儿园硬质围墙景观设计研究 马亮 (286)
- 社区教育视角下新市民的身份认同与城市适应问题思考 杨明伟 (288)
- 知识产权服务业集聚融合发展研究 王志雄, 吴浩然 (290)
- 面向高职教育的移动互联网自主学习组成要素分析 尹立杰, 常直杨 (293)

教育管理

- 高校学生网格化管理建设初探 杜伟, 郑金鹏 (296)
- 大学生实际参与高校教学管理的方式的探索与实践 刘继瞳, 姜道宽, 张皓天, 等 (299)

国际交流

- 美国大学知识产权教育的发展与启示 高兰英, 蒋琼 (301)
- 中、加、美中学数学教材例题特色比较与启示
——以“不等式”专题为例 曹阳 (306)
- 试析加强来华留学生入学教育的必要性 李文文, 张金鹏 (308)
- 论西方课程思想的历史演变 刘予佳 (310)

职业技术教育

- 校企合作在高职院校教学中的作用 余雁, 司文会, 张兄武 (312)
- 升学背景下贫困适龄子女的中职营销班级建设研究 梁杰 (314)
- 以赛促教
——高职英语课程信息化教学设计作品带来的思考 杨眉 (317)
- 基于真实岗位的成果导向高职教学研究与探索
——以《包装设计》课程为例 李媛媛 (320)
- 基于新建构主义的高职食品类专业《仪器分析》微课教学资源库的应用研究 孙明哲, 吴威, 宋笛, 等 (322)
- 刍议职业院校语文生活化作文教学 沙元强 (324)
- 高职数控实训改革的探析与实践 鲍兆波 (326)
- 五年制高职院校中外合作办学的专业课教师师资培养 王滢滢 (328)
- 高职院校影视动画专业人才培养模式的研究 刘平安 (330)

文化及艺术教育

- “文化贵州”视域的“古苗疆走廊”课题范式初探 李效梅 (332)
- 浅析校园文化推广途径和学校品牌营造
——以江苏科技大学校园文化及“船魂”精神营造为例 马飞 (335)
- 先秦以来河西走廊翻译话语综述研究 张富民 (338)
- 大学钢琴教学中即兴伴奏的应用探究 刘春江 (341)

基础教育

- 人教版初中地理教学中渗透生命教育的探讨 陈志明 (343)
- 论高中数学教学中学生创新能力的培养 程津 (345)
- 巧用文本再构, 优化小学英语课堂 甘英华 (347)
- 《归去来兮辞》教学思考与分析 刘冬梅 (349)
- 小学体育教育的发展现状及对策探究 闵森, 唐俊 (351)
- 表现性评价在农村初中音乐课堂教学中的运用 那如春 (353)
- 小学阅读教学中的“主问题”设计 王海英 (355)
- 关注“前概念”, 突破学习困惑 王红斌 (357)
- 初中生安全急救知识知晓率的调查分析 徐芊昊, 孙卓妍, 黄鹭 (360)
- 谈怎样提高高三英语复习课的效率 张玉 (363)

征稿启事

- 《软件》杂志征稿启事 (186)
- 《新型工业化》征稿启事 (封三)

图论在数学建模中的应用

杨玉军, 王大勇

(烟台大学 数学与信息科学学院, 山东 烟台 264005)

摘要: 图论是数学一门重要分支, 是一门建立图论模型, 具有广泛应用的学科。尤其是随着计算机发展, 图论中很多问题得以解决, 更加促进图论学科发展及其应用。如今数学建模比赛中, 出现了越来越多的图论问题, 如赛程安排问题, 最佳销售员推论问题, 哈密尔顿图, 最小生成树, 网络流等问题。

关键词: 数学建模; 赛程安排; 哈密尔顿图; 最小生成树; 网络流

本文引用格式: 杨玉军, 等. 图论在数学建模中的应用[J]. 教育现代化, 2018, 5(04): 187-188, 193.

一 引言

当今数学发展是多样化的, 图论便是在这发展长河中璀璨的一颗明珠。图论广泛应用在信息论、控制论、计算机科学与技术等多个领域。国内外重要建模比赛中, 与图论有关的问题和用图论可以方便解决的问题屡见不鲜。本文结合图论学科相关知识, 结合相关比赛题目, 强调说明图论在解决相关问题是具有不可比拟的作用。

介绍一下图论基本概念^[1]: 图 G 是有序三元组 $(V(G), E(G), \varphi_G)$, 其中 $V(G)$ 代表的是图 G 的顶点集合, $E(G)$ 代表的是图 G 的边集合, 而 φ_G 则表示图 G 的每条边对应图 G 的无序顶点对。图 G 的度是 $V(G)$ 任一定点与其关联的边的数目, 我们用 $d_G(v)$ 表示。

二 赛程安排的图论模型

我针对 2002 建模题目, 我们可以把这题归类为赛程安排。这是很典型的图论在实际问题中的应用。

问题 1: 总共有 5 支球队在同一场地进行 10 场比赛, 如何安排赛程, 才能对参加比赛的 5 支球队尽可能公平呢?

为了解决这个问题, 我们先给出竞赛图的定义:

定义 2: 定义图 $G=(V, E)$, 其中 V 是 n 支球队的集合 $V=\{0,1,2,\dots,n-1\}$, 而, $E=\{(i,j)|i,j\in V\}$ 即任意两个队伍有比赛就有一条连边, 我们就称这个图 G 为竞赛图。

定义 3: 一共有 n 支球队进行比赛, 只要每支球队两场比赛之间都至少相隔 $\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor - 2$, 我们就认为这

个赛程安排是完美赛。显然在这个题目中, 5 支球队

互相有比赛, 所以这个图的竞赛图为完全图 K_5 。本文我们给出这个题目求解简单介绍, 为了大家理解图论在数学建模中的应用。

建立模型和求解 当参赛队伍数目为 $n=2m+1$, 时, 即为奇数时, 在这个具体题目中, $m=5$ 。我们有两个定理:

定理 3^[2]: 当 $n=2m+1$, 竞赛图 K_{2m+1} 可表示为 m 个边不重的哈密尔顿圈的并图。

定理 4^[2]: 当 $n=2m+1$, 进行循环比赛时, 存在完美赛程。

对于 5 支球队的循环赛, 根据我们给定的定理, 我们可以得住制定完美赛程的简单办法。第一步, 写出 K_5 的 2 个边不重复哈密尔顿圈 C_1, C_2 , 如下: $C_1=\{0,1,2,4,3,4\}$; $C_2=\{0,2,3,1,4,4\}$ 。

接下来, 我们对哈密尔顿圈进行编号, $C_1=\left\{\begin{matrix} 0,1,2,4,3,4 \\ \vdots \\ \dots\dots\dots \end{matrix}\right\}$, 我们也对 C_2 做同样的编号。我们可以得到 C_1, C_2 的编号为:

$$C_1=(1,4,2,5,3); C_2=(6,9,7,10,8)$$

将他们用矩阵表示:

$$\begin{pmatrix} X & 1 & 6 & 3 & 8 \\ 1 & X & 4 & 2 & 10 \\ 6 & 4 & X & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 9 & X & 5 \\ 8 & 10 & 7 & 5 & X \end{pmatrix}$$

将赛程按照哈密尔顿圈 C_1, C_2, \dots, C_m 分成若干轮, 一支球队如果出场次数越往后越有利。根据这一指标, 可以给出衡量某支球队赛程优劣指标。

三 哈密尔顿图的实际应用

定义 5^[3] 图 G 中的哈密尔顿圈是指恰好经过每

基金项目: 此文是 2016 年 8 月国家自然科学基金委批准项目“图上随机游动和图的中间特征值研究”(项目编号: 11671347)。

作者简介: 杨玉军, 男(汉族), 山东高唐人, 副教授, 博士研究生, 研究方向: 主要从事图论及其应用的研究工作。

个顶点一次的闭路径。

问题 6 在全国大学生数学建模比赛中, 有一道很典型的销售员最佳回路问题, 具体题目是关于巡视某地灾情。只是把销售员最佳回路问题用另外一个方式进行表达。销售员最佳回路问题本质就是找出最小哈密尔顿圈问题。问题是某县在夏季发生水灾, 相关负责人进行走访查看灾情。起点是县政府, 然后去往各村, 最后回到县政府。如果有三个小组去查看灾情, 怎样规划路线, 才能做到总路程最短, 且花费时间最少。

建立模型和求解 我们已知图 $G=(V,E)$, 构造出以 V 为顶点集的完备图 $G'=(V',E')$, x,y 两个顶点最短路的权, $\omega(x,y)=d_G(x,y)$ 。这里我们需要说明一点的是 G' 中最优哈密顿圈与赋权图中销售员最佳回路问题等价。下面给出相关算法:

- (1) 在最原始图 G 中, 我们先找到一个哈密顿尔圈。
- (2) 求解图 G 任意两点的最短路径, 运用公式 $\omega(x,y)=d_G(x,y)$ 。
- (3) 在 G' 任意找到一个哈密顿尔圈。
- (4) 运用对角线算法, 可以计算出最初的哈密顿尔圈。
- (5) 得到哈密顿尔圈, 可以进行优化。
- (6) 重复 (5) 步骤, 直到找到权值最小的哈密顿尔圈。

这是解决这类销售员最佳回路问题的一种方法, 称为 *Dijkstra* 算法。它适用于求解赋权图两点之间最短路径。

四 最小生成树的图论模型

问题 7 有一个石油公司, 在多地建立储存站, 公司打算建立管道把各个地方的储存站连接起来。如果两个储存站能修管道, 两地就可以确定一个边。边上数字代表修管道所需的费用。如何修建管道才是最优建法。

建立模型和求解 分析可知这种问题对应的图是一个连通图, 并且每条边上都有权值, 是赋权图。求解这类问题的方法是找出原图的一个连通子图, 考虑实际问题, 我们要求的这个子图顶点必须全部含有, 只是比原图少部分边。我们要找的这个子图肯定是连通的, 是不含回路的。不含回路的图, 我们称之为树。很明显, 从树的定义就可以知道, 树的顶点的度只分为两种, 一种顶点的度数恰好为 1, 形象的称它为悬挂点。另一种顶点我们称为割点, 很明显它的度大于 1, 如果去掉树中任一割点, 树就会不连通。

定理 8 子图是生成树的充要条件是有 $n-1$ 条边

并且没有回路。

修建管道的问题就可以转化为在图中找到权值最小的树, 如果找到权值最小的树, 很明显修建管道就是最省的。这就相当于求解最小生成树。所以我们下边给出求解最小生成树的算法:

- (1) 标明所有边的权值, 并且按照从小到大进行排序。
- (2) 任意选定第一条边。
- (3) 再找下一条边, 找下一条边的依据是不和上一条边构成回路。
- (4) 重复 (3) 步骤, 直到找到 $n-1$ 条边, 结束。

这就是在图中寻找最小生成树的算法, 众所周知, 这种算法被称为 Kruskal 算法, 也被称为贪婪算法。

五 网络最大流

我们介绍一类新的图, 图 G 每条边上都赋予一个方向, 就构成有向图。

定义 9 $G=(V,E)$ 有向图, 在 V 中有一个源点 v_s , 有汇点 v_t 。任意弧上对应一个实数 C_{ij} , 这是这条弧上能通过的最大量, 称为容量。而实际通过该弧的量, 称为流量。用 F_{ij} 表示。而集合 $F=\{F_{ij}\}$ 是网络 G 的一个流。

定义 10 可行流要满足以下条件: (1) 对任意一条弧 $v_i v_j$ 都有 $0 \leq F_{ij} \leq C_{ij}$ 。(2) 对中间任意顶点 v_k 都有 $\sum f_{ik} = \sum f_{kj}$, 即中间某个点的输入量等于输出量。

问题 11 有向图 G , 共有 n 个点, m 条边, 有最高点 v_h 和最低点 v_l 。弧的方向都是由高点指向低点, 图中任意一点, 都存在 v_h 到该点, 该点到 v_l 的弧。要求使用尽可能少的路径从 v_h 到 v_l 并且覆盖图中所有的边。

建立模型与求解 分析得出这类问题很明显是网络流问题, 题目中要求路径覆盖所有边, 并且路径数目最少, 这就要求每条路径的流量大于等于 1, 说明路径通过这条弧, 并且要求从源点 v_h 流出来的总流量最小。我们给出以下算法:

- (1) 首先用朴素的增广路算法求出可行流。
- (2) 在 (1) 的基础上, 再从汇点到源点找到一条最大的可行反向流。

能否找到增广路是解决这类网络流问题的关键所在, 并且经过有限次之后, 能够得出答案。网络最大流算法应用广泛, 例如在运输容量确定下, 给出运输方案等。需要说明的是, 1956 年 Ford 和 Fulkson 已经给出求最大流的 2F 算法。

六 小结

图论是数学一个很重要的分支, 有着极其广泛的应用。学好图论, 用好图论, 必须联系生活实际, 建立模型, 利用图论相关知识去解决实际问题。针对比赛中出现的越来越多与图论相关的实际问题。

(下转第 193 页)

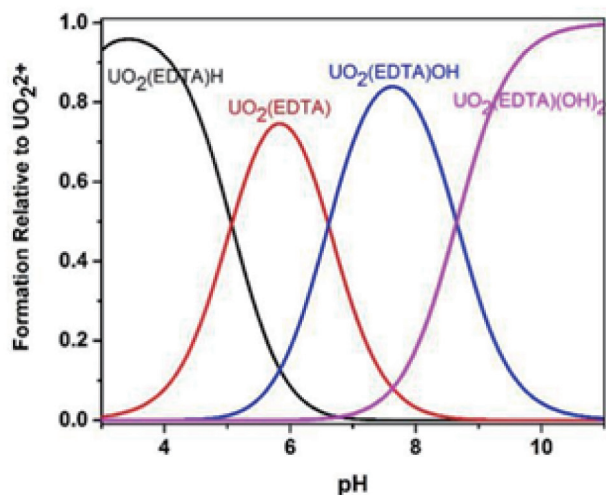


图1 铀酰与EDTA的物种分布图

质的强大技术，该表征技术可利用电位滴定进行解离常数分析，利用络合常数进行物种分析，让我们获得了极有价值的新配体与核素的络合能力及在生理环境下形成的物种数据，对于研究一个新材料是否具有去除放射性核素的能力具有重要的导向意义。

参考文献

- [1] Kate Maher, John R. Bargar, Gordon E, et al. Environmental Speciation of Actinides[J]. Inorg. Chem. 2013, 52:3510-3532.
- [2] Ewing, R. C. C. R. Geosci. 2011, 343, 219-229;
- [3] Ewing, R. C. Elements. 2006, 2, 331-334;
- [4] Goldstein, S. J, Abdel-Fattah, A. I, Murrell, M. T.; Dobson, P. F. Norman, D. E.; Amato, R. S.; Nunn, A. J. Environ. Sci. Technol. 2010, 44:1579-1586.
- [5] Allard, T. Calas, G.; Ildefonse, P. Chem. Geol. 2007, 239, 50-63.
- [6] Jide Xu, Donald W. Whisenhunt Jr, et al. Thorium(IV) Complexes of Bidentate Hydroxypyridinonates[J]. Inorg. Chem. 2003, 42:2665-2674.
- [7] Raymond A. Guilmette, R. Hakimi, Patricia W. et al. "Competitive Binding of Pu and Am with Bone Mineral and Novel Chelating Agents." [J] Rad. Prot. Dosim. 2003, 105:527-534.
- [8] 刘洁, 葛晶晶, 任玲玲, 等. 电位滴定法测定含钙合金中氧化钙[J]. 冶金分析, 2017, 37(8):59-63.
- [9] 陈莉. 电位滴定法测定维生素U制剂中维生素U的含量[J]. 中国药师, 2017, 10(20):1887-1889.
- [10] 王秀玲, 董淑玲, 王红霞, 等. 浅议高校化学实验教学存在的问题与对策[J]. 教育现代化, 2017, 4(41):187-188.
- [11] 陈科. 高校化学实验教学改革的有效方法[J]. 教育现代化, 2017, 4(11):54-55+60.

(上接第177页)

三 开展闲暇教育的成效

通过闲暇教育，学生将成为时间的主人，学生既学会如何科学管理时间，又明确自己在闲暇各个时间内应该做什么，明确自己的学习发展目标，学习发展计划详细具体科学，实现目标的方式方法又保证了学校的各类活动丰富多彩，管理有序。学生通过参加各类活动，在多元化的活动和教育中得到

了自我完善和发展，学生的闲暇生活充实、有意义、有价值，所有学生的知识和技能得到提升，综合能力及素质实现全面综合发展。

参考文献

- [1] 刘芳. 大学生闲暇生活态度研究综述[J]. 课程教育研究, 2013(36):35-36.
- [2] 李肖苒, 方兴. 医学生人文精神培养方式完善与创新研究[J]. 教育现代化, 2016(29):5-6.

(上接第188页)

说明图论在处理实际问题方面有了较大的发展。除了本文所列举的在数学建模比赛中比较常见几类图论问题，还有如图的染色、欧拉公式、DMP平面性算法等。

当然除了本文所引用例证，大学生数学建模竞赛中还有很多关于图论的问题，如2004年奥运会临时超市网店问题、2007年乘公交问题、2011交巡警服务平台的设置与调度问题。

相信随着科学技术的进步，图论会有更加迅速的

发展，而图论的发展也会促进其他科学技术的发展。

参考文献

- [1] J.A. Bondy, U.S.R. Murty. Graph Theory with applications[M]. London: Macmillan Press, 1976.
- [2] 代西武, 李群高, 李秀琴. 赛程安排的图论模型[J]. 北京建筑工程学院学报, 2003, 19(4):72-76.
- [3] 王朝瑞. 图论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000.
- [4] 苗晴. 数学建模课程教学的研究与探讨[J]. 教育现代化, 2016(02): 161-162.