

国家新闻出版广电总局认定学术期刊
第八届广西优秀期刊
中国知网全文收录

教育观察

JIAOYU GUANCHAO

广西师范大学出版社集团主办

广西期刊传媒集团编辑出版

邮发代号
48-216



2021
2月

第
5
期

第
10
卷

「专业建设与培养模式」

- 机械专业本科生校企联合培养创新人才模式研究 李艳芹,张德海,何文斌,李 浩(89)
- “新工科”背景下校企合作共同体人才培养模式探索
- 以桂航能源与动力工程专业为例 张宝磊,朱帅玲,宋小鹏,王斌武(93)
- “大思政”背景下学科竞赛的协同育人 林道诚,李 帆(97)

「教改工程」

- 基于递进式教学法的自动控制原理实验教学改革探索 白敬彩,吴君晓,杜志勇(100)
- 基于卖方分析师框架下的投资学教学改革 吴 俊,马潇野,曹 兵(103)

「专题:桂林理工大学 MPA 案例教学」

- 广西高校 MPA 案例教学改革研究
- 以桂林理工大学为例 卢智增,杨靖梅,姜天禹(106)
- 从案例分析到模拟决策:大数据时代的 MPA 案例教学研究 章昌平,王文兵(110)
- 公共价值导向的 MPA 案例教学实践思考 褚清华,付 稳(114)
- 课程思政理念在高校 MPA 教学中的运用研究 高 翔,姜天禹,卢智增(117)
- 基于高校和地方政府合作的公共管理硕士人才培养方式研究 彭正波(120)

「教育广角」

- 欧洲中世纪大学论辩教学模式特点及启示 陈雪莹(124)
- 数字时代的苦难旁观及其对道德教育的启示 曾 静(128)
- 论数学专业研究生基础课教学中学术观念的培养 朱用文,陈传军(132)
- 基于 OBE 教育理念的工科大学英语翻转课堂教学实证研究 邓超群(135)
- 解读立德树人视域下教师的仁爱之心 李碧静(138)

「补白」

- 本刊声明 (53)

论数学专业研究生基础课教学中学术观念的培养

朱用文 陈传军

(烟台大学数学与信息科学学院, 山东烟台 264005)

[摘要]本文介绍多线性函数的基本概念与方法,并采用多线性函数的方法重新证明了行列式的乘法规则以及 Binet-Cauchy 公式,以此为例说明了在研究生基础课程的教学中的既要注重基础、又要有所提高的问题,对更好地实现从本科课程到研究生课程的内容衔接、提升研究生的学术观念、培养研究生的创新能力起到示范作用。

[关键词]多线性函数; Binet-Cauchy 公式; 矩阵论; 抽象代数; 研究生教学

[中图分类号]G643 **[文献标志码]**A **[文章编号]**2095-3712(2021)05-0132-03

DOI:10.16070/j.cnki.cn45-1388/g4s.2021.05.040

在数学专业研究生专业基础课程的教学过程中,存在研究生课程内容如何与大学本科课程更好地衔接的问题。教师如果处理不好,讲得过深、过于跳跃,与学生在本科阶段的实际知识储备严重脱节,或者过多地重复本科课程内容,教学效率低下,就达不到研究生培养的目的和要求。如抽象代数 II^[1-3]、矩阵分析^[4]或矩阵论^[5]等研究生课程,如何与本科课程中的高等代数、近世代数^[6-8]更好地接轨,成为十分突出的问题。

以矩阵论中的 Binet-Cauchy 公式为例,它是大学本科阶段行列式乘法规则的推广,其证明也可以采用高等代数的常规方法加以证明。但是在研究生课堂教学中如果采用这种方法来处理,就降低了研究生的培养要求,不能让学生的观念实现很好的提升,而如果采用多线性函数的观点,我们可以给出有关公式的全新证明。采用这样的教学方法可以让学生的观念实现从一元线性函数到双线性函数再到多线性函数的飞跃,不仅使学生能够学到该公式的不同证明方法从而更好地理解该公式,还能使其对线性代数的本质有更为深入的理解。注意这里所谓的飞跃、跨越、提升,都是以不脱离基础为前提条件的。倘若离开了基础而一味地追求提升,就是舍本逐末,就会迷失方向,欲速不达。

在谈到多线性函数与行列式的关系时,有的学者采用反对称多线性函数的方法来定义行列式。但是,这里有一个重要的理论问题:作为非零的反对称多线性函数的行列式是否存在?这个问题在这里实际上被回避了。

本文中的行列式仍然采用大部分《高等代数》教材中的常规定义,即采用不同行列元素乘积的代数和的方式来定义。文中首先引入多线性函数等基

本概念,在回避行列式概念的前提下,直接证明非零的反对称多线性函数的存在性。然后,我们借助反对称多线性函数与行列式的关系来讨论行列式的性质,给出行列式乘法规则及其推广——Binet-Cauchy 公式的全新证明。

一、多线性函数的一般讨论

研究生在大学本科阶段经过对高等代数的学习,已经了解了线性函数的概念,甚至可能也了解了双线性函数的概念,故在抽象代数 II、矩阵论等研究生课程的教学过程中,教师可以加入多线性函数的概念^[9],这样不仅能够很好地承接本科课程,也能够提高研究生的培养质量。在复习线性函数的定义后,教师可以引导研究生自行给出多元线性函数的如下定义:

定义 2.1 假设 V 是给定数域 F 上的一个 m 维线性空间, $f: V^n \rightarrow F$ 是一个 n 元函数。

(1) 若对固定的 $i \leq n$,任意的 $\alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha'_1, \dots, \alpha'_n \in V$ 以及任意的 $k, k' \in F$,都有

$$\begin{aligned} & f(\alpha_1, \dots, k\alpha_i + k'\alpha'_i, \dots, \alpha_n) \\ &= kf(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n) + k'f(\alpha_1, \dots, \alpha'_i, \dots, \alpha_n), \end{aligned}$$

则称 f 关于第 i 个变元是线性的。

(2) 若对任意的 $i \leq n$ 都有 f 关于第 i 个变元是线性的,则称 f 是多线性的。若对任意的 $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in V$ 以及任意的 $i < j \leq n$,都有

$$\begin{aligned} & f(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_n) \\ &= -f(\alpha_1, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n), \end{aligned}$$

则称 f 是反对称的。

容易证明如下两个引理。

引理 2.2 设 V 是给定数域 F 上的一个 n 维线性空间, f 是 V 上的一个 n 元反对称多线性函数。

[收稿日期]2021-01-01

[基金项目]国家自然科学基金(11771375);山东省高等教育本科教改项目(Z2018S049)。

[作者简介]朱用文,烟台大学数学与信息科学学院教授;陈传军,博士,烟台大学数学与信息科学学院副院长,教授。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net
• 132 •