

高等数学“融美于教”的研究与实践

李 琴 曲风龙

(烟台大学数学与信息科学学院 山东·烟台 264005)

摘要:大学数学公共课程蕴含着丰富的美学元素,数学独特的课程知识体系体现了结构之美、形式之美、逻辑之美、应用之美。该文以高等数学课程为例,在教学过程中通过渗透人文意识教育、展现数学家的故事、扩展数学在日常生活中的应用等路径,提出了利用数学教学培养学生美学素养的方法。同时注重美育与思政融合、与数学建模思想融合,通过寻找、融入、感悟、促进四个环节,将应用与实践并重,让学生感悟数学之美、践行美术之美、享受数学之美,培养学生的美学素养,提高学生的综合素质。

关键词:高等数学;美育;人文素养;数学建模

中图分类号:G642 **文献标识码:**A **DOI:**10.16871/j.cnki.kjwh.2024.09.015

1 大学数学公共课程美育的研究意义

2020年10月,中共中央、国务院印发《关于全面加强和改进新时代学校美育工作的意见》,要求“进一步强化学校美育育人功能,构建德智体美劳全面培养的教育体系,加强各学科有机融合,整合美育资源”^[1]。大学数学教学担负着塑造学生理性思维、创造性思维、审美观、价值观的重任。高等教育数学公共课程包括高等数学、线性代数、概率论与数理统计,这些课程对于学生运用数学理论解决实际问题、培养数学素养具有重要的作用,其课时量及其在考研中所占的比重都很大,使得数学成为一些学生的梦魇。因此,如何提高大学生的学习兴趣是一个亟待解决的问题,其中,在数学课程中融入美育教育、展现数学特质,让学生认识数学美(如几何图形的对称美、代数图解的曲线美),增强数学的吸引力是一条行之有效的途径。

我国著名数学家华罗庚教授说过:“就数学本身而言,是壮丽多彩、千姿百态、引人入胜的……认为数学枯燥乏味的人,只是看到了数学的严谨性,

而没有体会到数学的内在美。”数学是一门非常有用且具有独特美的基础学科,是每个学生初等教育至高等教育阶段的必修课。

基于对数学美育的重视,国外的专家、学者充分关注如何将数学美育融入数学课程。美国芝加哥大学保罗·贝茨(Paul Betts)认为,要将审美教育融入数学教学过程,让学生在数学学习过程中感受到美的存在,提高学生的审美能力。英国的《考克罗夫(Cockcroft)报告》指出,实施数学教育的基础包括数学的趣味性及其对学生的吸引力。

国内学者早就开始了数学美育研究。徐利治和徐本顺教授做了“发掘数学美,变数学教学过程为数学审美过程”的专题讨论,并在《数学美与数学教学中的审美》一文中论述了数学审美在教学中的作用^[2],明确指出教师应具备的审美修养。林府标、丁巍等学者论述了在高等数学、线性代数教学中加强数学美教育的重要性,并就如何加强数学美教育做了初步探讨^[3-5]。

高等数学作为最能体现科学的严谨美、对称美等美育特点的学科之一,以及作为一门几乎所有专

基金项目:本文系烟台大学“体美劳”教学改革项目“大学数学公共课程融美于教的探索与实践”(JYZX202210)、烟台大学课程思政示范课程——高等数学阶段性成果;烟台大学教学改革研究项目“教学资源库建设及应用研究与实践”(JYXM2023010)。

作者简介:李琴(1981—),女,博士,讲师,研究方向为控制理论;曲风龙(1980—),男,博士,教授,研究方向为应用数学。

业都要开设的课程,受众面广泛。发挥好高等数学的美育功能,必将极大地提升学生的美学素养。笔者根据近年的教学经历,以高等数学为例,对美育实施的方式和路径进行了探讨。

2 高等数学美育实施的方式

2.1 在高等数学教学中渗透人文意识教育,体现数学与人文碰撞之美,提高学生的人文素养

在基础教育阶段,为了提高学生的学习兴趣,很多教师能够注重数学和人文的结合,对此也有很多研究和实践^[6-10]。而在高等教育阶段,对此开展的研究相对较少。大学生处在“三观”形成的关键阶段,在数学教学中继续渗透人文思想,对于提高学生的人文素养具有积极的促进作用。

诗词歌赋是人类社会的一大瑰宝,其中的很多意境就与数学有着很大的联系。例如,卓文君写给司马相如的数字诗:“一朝别后,二地相悬。只说是三四月,又谁知五六年。七弦琴无心弹,八行书无可传……”体现了数学和诗词的完美结合。又如王勃的“落霞与孤鹜齐飞,秋水共长天一色”、李白的“孤帆远影碧空尽,唯见长江天际流”、庄子的“一尺之捶,日取其半,万世不竭”,都体现了数学中的极限思想。

数学家丘成桐说:“好的数学家最好有人文的训练,从变化多姿的人生和大自然中得到灵感来将科学和数学完美化。”非数学专业的学生未来专注数学的很少,但是在数学的学习中,加强人文素养培养能够激发学习乐趣。

2.2 在高等数学教学中充分展现数学家的故事,多角度地感受、欣赏数学文化之美,培养学生不断探索、勇于创新的精神

数学史是数学文化的重要方面,适当地让学生了解数学的发展,能够开阔学生的眼界,让学生更深入地理解数学思想。受课时限制,教师可以在课堂内适当穿插数学史的相关内容。例如,在讲解数列极限时,介绍中国古代极限观念——刘徽的割圆术,以及其他东西方极限思想的萌芽。介绍刘徽是中国最早明确主张用逻辑推理的方式来论证数学命题的人,刘徽一生为数学刻苦探求的精神值得我们学习。在讲解第二个重要极限时,介绍自然数 e 的由来以及欧拉的生平故事,欧拉杰出的智慧、顽强的毅力、孜孜不倦的奋斗精神和高尚的科学道德值得我们学习。

数学史上流传着许多数学美的故事,比如微积

分的发展史,其中就包含牛顿和莱布尼茨对于微积分学的巨大贡献。牛顿从物理学出发,运用几何方法研究微积分,在应用上更多地结合了运动学。莱布尼茨则从几何问题出发,运用分析学方法引进微积分概念。牛顿和莱布尼茨的事迹以及生平趣闻都能引起学生的兴趣,更好地让学生了解数学的发展,激发学生的学习兴趣,提升教学效果。

2.3 在高等数学教学过程中,充分扩展数学在日常生活中的应用,激发学生的学习兴趣,培养学生的综合实践能力

将数学知识用于解决实际问题,让学生在应用中理解数学的重要性,提高综合实践能力。大学生作为即将步入社会的群体,应关心和了解社会和经济的发展。在授课过程中,如果能和当前的实际相关联,引入与日常生活息息相关的数学问题,将数学知识用于解决实际问题,能够让学生提高学习兴趣,感受数学的趣味和作用,更好地了解社会。例如在讲解极值和最值时引导学生考虑利润最大和成本最小等生活问题。

数学课程的很多知识来源于现实生活,但有些却与我们的生活相距甚远。第二个重要极限引出单利和复利的概念,让学生认识到校园贷的危害,通过表格、图片的直观展示提醒学生理智消费、远离校园贷,让学生懂得“不积跬步,无以至千里。不积小流,无以成江海。”

在讲解导数的概念时,教师可以引导学生思考高铁列车的即时速度和弯道处的斜率问题是如何计算的,由此引出导数产生的背景:17世纪商业、航海、天文、测量等领域日益发展繁荣,数学家急于解决求变速运动的速度及加速度、求曲线切线的斜率等问题,在解决这些问题的过程中创立了导数的概念,而这些问题的解决又大大地促进了生产力的发展。在讲完导数的求解方法后再引入导数的实际应用,例如导数的经济应用,让学生感受到导数从始至终的广泛应用性。

2.4 在高等数学教学过程中,让数学内在之美贯穿始终,让学生体会数学结构之美、形式之美,培养学生良好的逻辑思维品质

数学课程的大部分内容是公式、定理、推导、解答、证明,这也构成了数学课的主体内容,如何在主体内容中引导学生去体会数学的内在之美非常重要。在课程教学中教师可以多角度、多层次地展示这些美,引导学生认识、欣赏数学美,逐步培养学生学习数学的积极性和主动性。教师要想讲好一门

课程,就要在教学的各个环节做好衔接。

数学内在之美主要体现在结构美和形式美,具体有简洁美、对称美、统一美、和谐美等。数学的首要特点是简洁美,主要体现在数学符号、数学公式与定理、数学技巧及方法。例如在讲解数列极限和函数极限时,通过引入符号 ε, N 和 ε, δ 定义极限,简洁明了,使得极限的含义严谨且清晰。图形是展示数学之美最为直观的途径之一,在讲解空间曲线和曲面时,可以通过动态、静态的图形展示各种曲面和曲线。此外,在讲解连续性、定积分、重积分等概念时,也可以通过动态图的展示让学生理解相关概念。例如在考虑等价无穷小、第二个重要极限、不定积分等内容时,有很多类似的结构可以扩展。当 $x \rightarrow 0$ 时, $x \sim \sin x \sim \tan x, \int \sin x dx = -\cos x + C \dots$ 数学课程上诸如此类的结构统一非常多,在课程上做一定的总结,有助于学生对知识点的进一步理解。

数学的逻辑之美、简洁之美等在生活中起着越来越重要的作用:在逻辑美的指引下,能够让人抓住事情的前因后果,让人在遇到困难时不再束手无策,能够从逻辑分析的角度从容应对;在简洁美的指引下,能够让人抓住事情的主要方面,生活也可以秩序井然,不再眉毛胡子一把抓,从而为今后的生活打下良好的基础。

3 培养数学审美教育的途径

近年来,笔者通过在高等数学等系列课程中系统融入数学文化等美育素材,尝试以多种方式开展数学美育。这些教学实践,笔者通过寻找、融入、感悟、促进四个步骤,实现了学生美育素养的提高。

3.1 寻找“美”,深入探究、挖掘数学之美,构建数学之美的“资源池”

数学中的美是千姿百态的,抽象的符号、严谨的推理、丰富的图形、灵动的思想、多样的方法,都是数学的内在之美,不仅有理论之美,还有应用之美、文化之美。课题深入挖掘这些资源,构建数学之美的“资源池”。比如高等数学中极限 $\varepsilon - N$ 语言定义的简洁美、符号美,第二个重要极限的统一美以及在复利中的奇迹美;线性代数中矩阵、行列式的符号美、对称美,以及特征值在人脸识别中的应用美;概率论与数理统计中全概率公式与贝叶斯公式的统一美;等等。这些需要教师不断努力挖掘数学教材中的美的素材,构建案例库来实施美的

教育。

3.2 融入“美”,优化设计,践行数学之美,描绘数学之美的“路线图”

要深入挖掘数学中蕴含的各种美,将其合理融入数学课堂,优化教学设计,潜移默化地融入“美育”。美育的主要任务是培养学生认识美、爱好美和创造美的能力。对于大学公共数学课程,教师应根据教学目标,将数学美融入教学,引导学生感悟、诠释数学美,提高学生的数学审美能力,以数学美培养学生学习数学的兴趣。

3.3 感悟“美”,强化融通,感悟数学之美,打造数学之美的“体验地”

数学教学不仅是知识的发生、发展过程,更是在教师指导下一种特殊的审美过程,需要学生参与数学创作活动,因此要充分利用信息化技术、生活实践的场景,让学生充分感受数学之美。在数学教学过程中,教师应当充分利用现代信息技术创设多种形象生动的教学情境,从而实现静态知识动态化、枯燥知识趣味化、抽象知识形象化,进而营造一个自然轻松的学习氛围,唤醒学生自主学习的意识,引导其产生情感共鸣,最终使学生自觉投入数学教学活动。此外,在教学中,教师精练的语言、精辟的分析、生动的表达、巧妙的启发、严谨的推理、讲究的板书等,都是学生学习审美的榜样。

3.4 促进“美”,多方协同,享受数学之美,确立数学之美的“方向标”

数学建模和实际问题密切相关,是美学思维和创新思维的综合应用。充分利用数学建模,可以促进美的应用。利用数学建模思想,高等数学的教学内容可以在现实的基础上进行加工创新。因此,教师在平时的授课过程中,要注重对于数学建模的充分利用,让学生在实践中感受数学的应用之美,提高学生的创新能力和协同能力。例如生活中的出租车收费问题、利润最大问题都可以让学生用建模的思想去分析处理。

通过感悟数学之美,学生能够不断体验生活中的统一美、结构美、创新美,并把这些标准与美感应用到今后的工作和生活中,把数学之美的一些思想变成工作的方法,指导工作与生活。

4 高等数学课程美育和思政相互融合

高等数学作为大学生的一门重要公共课程,是所有理工类、经济管理类专业课程的先修课,受众

较多,是高校开展课程思政教育改革工作的重要课程平台之一。在课程教学过程中,笔者发现思政和美育在很多情况下并不是单独进行的,往往是相互交叉融合的。例如在讲解无穷小量时,可以适时引入李白的诗词“孤帆远影碧空尽,唯见长江天际流”,从孤帆渐行渐远,直至不见来体会极限为零的变量。以及《墨子·经说上第四十二》中“穷:或,不容尺,有穷;莫不容尺,无穷也”给出“有穷”“无穷”的定义。这些无不体现出数学与人文的碰撞之美,学生在感受数学之美的同时,可以增强文化自信、培养家国情怀。在讲导数的概念时,教师可以引入中国高铁列车的瞬时速度或嫦娥五号返回大气层时的瞬时速度来引出导数,不仅让学生感受到数学的应用之美,还能提升学生的民族自豪感。

不论是课程思政还是美育,都应该始终围绕以学生为中心、以提升学生学习积极性和综合素养为目标而实施的。而两者的相互融合,能够更好地发挥课堂主渠道的作用,使得人才培养事半功倍。

5 结语

数学美育通过润物无声的渗透,在传统的高等数学内容基础上,教师通过各种渠道充分挖掘数学知识中的内在之美、应用之美、文化之美,并将其有机融入课堂,以提高学生的数学素养、美学素养,为学生的可持续发展打下良好的基础。

参考文献

- [1] 中共中央办公厅 国务院办公厅印发《关于全面加强和改进新时代学校体育工作的意见》和《关于全面加强和改进新时代学校美育工作的意见》[EB/OL]. (2020-10-15)[2024-01-15].http://www.gov.cn/zhengce/2020-10/15/content_5551609.htm.
- [2] 徐利治,徐本顺.数学美与数学教学中的审美[J].山东教育,1997(11):30-35.
- [3] 林府标,杨欣霞.《高等数学》教学中笛卡尔叶形线方程美的探索[J].高等数学研究,2023,26(2):80-84.
- [4] 马艳,徐芹.新工科建设背景下高等数学德育教育的理论基础及实践路径[J].甘肃高师学报,2022,27(5):51-55.
- [5] 丁巍.浅谈“线性代数”教学中的美育[J].高等数学研究,2008(4):89-90.
- [6] 黄荣,周超.高中数学跨学科教学的实践:以数学与人文学科的融合为例[J].中学数学月刊,2022(1):65-66,79.
- [7] 徐国静.人文精神在小学数学教学中的渗透探讨[J].新课程,2021(51):96.
- [8] 陈锦凤.返璞归真,创建初中数学人文课堂[J].数学学习与研究,2021(32):110-112.
- [9] 付生学.浅谈高中数学教育与学生人文素养的培养[J].数学学习与研究,2020(21):112-113.
- [10] 应琴丽.高中数学文化素养评价研究[D].成都:四川师范大学,2021.

Research and Practice on “Integrating Aesthetic Education into Teaching” in Higher Mathematics

LI Qin, QU Fenglong

Abstract: The public course of college mathematics contains rich aesthetic elements. The unique curriculum knowledge system of mathematics embodies the beauty of structure, form, logic and application. Focusing mainly on the higher mathematics course, this paper provides methods for cultivating students' aesthetic quality through mathematics teaching by integrating humanistic awareness education into the teaching process, showing the stories of mathematicians, and expanding the application of mathematics in daily life. At the same time, it pays attention to the integration of aesthetic education with ideological and political education and the idea of mathematical modeling. Through the four links of searching, integrating, comprehending, and promoting, application and practice and equally emphasized, so that students can understand the beauty of mathematics, practice the beauty of fine arts, and enjoy the beauty of mathematics. This will cultivate students' aesthetic quality and improve their comprehensive quality.

Key words: higher mathematics; aesthetic education; humanistic quality; mathematical modeling

编辑:李金枝